Rechenübungen

a) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{(x-2)^2}\,dx$

b) $\int_{1}^{2} (xe^{-x})\,dx$

c) $\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

d) $\int_{-1}^{0} x \cdot \sqrt{x+1}^{3}\,dx$

e) $\int_{1}^{2} \frac{\ln(x)}{x}\,dx$

f) $\int_{0}^{4} (\mathrm{x}-2)^2 \cdot \sin(x-2)\,dx$

Berechnen Sie die Fläche zwischen Graph und x-Achse:

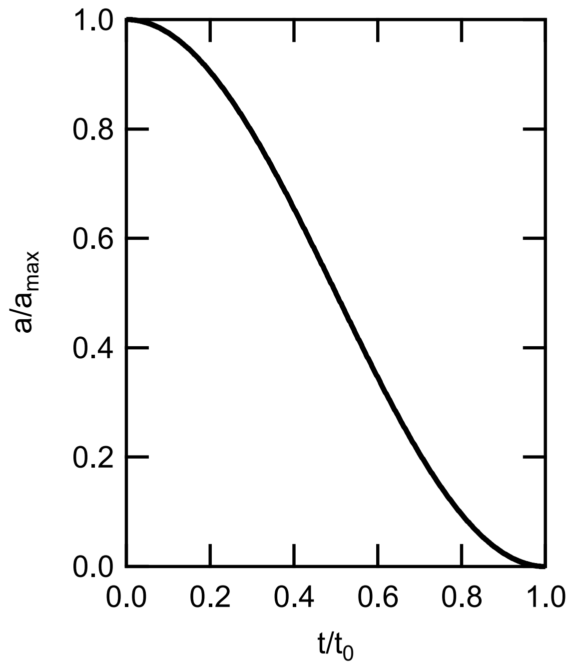
$f(x) = x - 2$ im Bereich von x = 0 bis x = 4

Sportwagen

Die Beschleunigung eines Autos ist nicht konstant sondern verringert sich bei steigender Geschwindigkeit. Näherungsweise kann man annehmen, dass sich die Beschleunigung bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit darstellen lässt als:

$$a(t) = \frac{a_0}{2}\left(1 + \cos\left(\pi \frac{t}{t_0}\right)\right),$$

wobei a_0 die Anfangsbeschleunigung ist und t_0 der Zeitpunkt, bei dem die Höchstgeschwindigkeit erreicht wird.



a) Bestimmen Sie die Höchstgeschwindigkeit $v_{\mathrm{max}} = v(t_0)$.

b) Welche Geschwindigkeit könnte ein Sportwagen mit $a_0 = 10\ \mathrm{m/s^2}$ und $v_{\mathrm{max}} = 60\ \mathrm{m/s}$) aus dem Stand heraus nach 1s, 5s bzw. 10s erreichen?

c) Welche Strecke hat der Sportwagen aus b) bis zu den angegebenen Zeiten zurückgelegt?

d) Welche Strecke ist nötig, um die Höchstgeschwindigkeit zu erreichen?

Arbeit im Gravitationsfeld

Die Kraft zwischen zwei Massen aufgrund der Gravitation beträgt:

$$F = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$$ (Newtonsches Gravitationsgesetz)

Bei kugelförmigen Masseverteilungen ist *r* der Abstand vom Kugelmittelpunkt, solange *r* größer als der Kugelradius ist.

Welche Arbeit muss verrichtet werden, um einen Körper der Masse m = 1 kg von der Erdoberfläche (m_{Erde} = 6 ·10^{24} kg; r_0 = 6360 km) auf die Höhe einer geostationären Umlaufbahn (r_1 = 42 000 km) bzw. auf die Höhe der Mondbahn (r_1 = 190 000 km) zu bringen?

(Hinweis: Der Körper soll sich auf der angegebenen Zielhöhe nicht bewegen, d.h. E_{kin}= 0)

Pyramide

Bestimmen Sie das Volumen einer Pyramide (Höhe h) mit quadratischer Grundfläche (Kantenklänge a), indem Sie ein Mehrfachintegral berechnen:

$$V = \iiint dx\, dy\, dz$$

Hinweis: Wenn das Integral bezüglich *z* in einem Intervall der Länge *h* ausgeführt wird, dann hängen die Integrationsgrenzen der Integrale bezüglich *x* und *y* von *z* ab.
Eine geschickte Wahl ist die Betrachtung einer auf der Spitze stehenden Pyramide mit dem Koordinatenursprung an der Spitze.